

Correction de Yahya ELMOKHTARI (CPGE Oujda)

Partie 1

Approche énergétique de l'effet de peau

1. On a : $\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ avec $\vec{\text{rot}}\vec{E} = \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \\ \partial/\partial y & \\ \partial/\partial z & \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial E}{\partial z}\vec{e}_y = -(1+i)\alpha E_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \alpha z)}\vec{e}_y$ et

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = i\omega\vec{B}.$$

Donc :

$$\vec{B} = \frac{(1-i)\alpha E_0}{\omega} e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \alpha z)}\vec{e}_y$$

2. En notation réelle : $\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \alpha z)\vec{e}_x$ et $\vec{B} = \frac{\alpha E_0}{\omega} e^{-\alpha z} [\cos(\omega t - \alpha z) + \sin(\omega t - \alpha z)]\vec{e}_y$.

Donc :

$$\vec{\Pi} = \frac{\alpha E_0^2}{\mu_0 \omega} e^{-2\alpha z} [\cos^2(\omega t - \alpha z) + \cos(\omega t - \alpha z)\sin(\omega t - \alpha z)]\vec{e}_z$$

La valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ est :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{\alpha E_0^2}{2\mu_0 \omega} e^{-2\alpha z}\vec{e}_z$$

3. Bilan énergétique

3.1. La puissance moyenne entrante par la face située en z est :

$$\langle P_e(z) \rangle = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} = -\frac{\alpha E_0^2 S}{2\mu_0 \omega} e^{-2\alpha z}$$

$d\vec{S}$ est orientée vers l'extérieur (suivant $-\vec{e}_z$) d'où le signe $-$.

La puissance moyenne sortante par la face située en $z + dz$ est :

$$\langle P_s(z + dz) \rangle = \frac{\alpha E_0^2 S}{2\mu_0 \omega} e^{-2\alpha(z+dz)}$$

3.2. La puissance volumique moyenne dissipée par effet Joule est :

$$\langle P_v \rangle = \gamma \langle E^2 \rangle = \frac{\gamma E_0^2}{2} e^{-2\alpha z}$$

3.3. Le bilan énergétique s'écrit :

$$-\frac{\alpha E_0^2 S}{2\mu_0\omega} e^{-2\alpha z} + \frac{\alpha E_0^2 S}{2\mu_0\omega} e^{-2\alpha(z+dz)} + \frac{\gamma E_0^2 S dz}{2} e^{-2\alpha z} = 0$$

Ce qui donne :

$$\frac{\alpha}{\mu_0\omega} (e^{-2\alpha dz} - 1) + \gamma dz = 0$$

dz étant un infiniment petit, on a alors : $e^{-2\alpha dz} = 1 - 2\alpha dz$.

Par suite :

$$\alpha = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$$

3.4. Plus γ ou ω est grande plus δ est petite et plus l'onde pénètre moins dans le conducteur.

Partie 2

Le dioxyde de carbone

1. Diagramme d'état du dioxyde de carbone

1.1. M_1 : Point triple ; M_2 : point critique ; C_1 : Courbe d'équilibre solide-gaz ; C_2 : Courbe d'équilibre liquide-gaz ; C_3 : Courbe d'équilibre solide-liquide ; E_1 : état gazeux ; E_2 : état liquide ; E_3 : état solide ; E_4 : état superfluide.

1.2. Il faut que $T > -78,5^\circ C$.

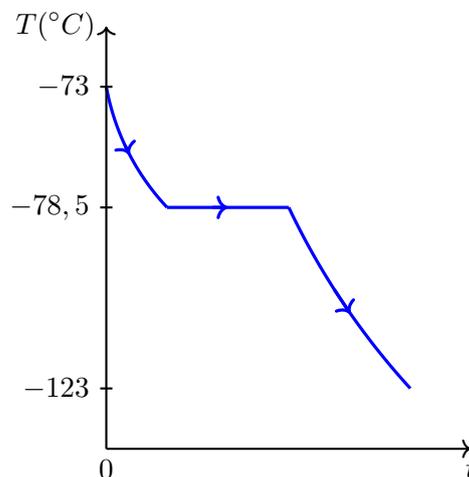
1.3.

1.3.1. Le dioxyde de carbone se trouve à l'état gazeux car $T_i = -73^\circ C > -78,5^\circ C$.

On observe :

- un refroidissement de CO_2 gaz de $-73^\circ C$ à $-78,5^\circ C$;
- une condensation qui se fait à température constante $T = -78,5^\circ C$ et à pression constante $P = 1,0 \text{ bar}$.
- un refroidissement de CO_2 solide de $-78,5^\circ C$ à $T_f = 150 \text{ K} = -123^\circ C$.

1.3.2. Voir figure ci-dessous.



2. Liquéfaction du dioxyde de carbone

2.1. On a $v_n = \frac{V}{n} = \frac{VM}{m}$. Donc $v_n = Mv_m$.

D'où : $v_{n,V} = Mv_{m,V} = 4,58.10^{-4} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$ et $v_{n,L} = Mv_{m,L} = \frac{M}{\rho_L} = 4,83.10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$.

2.2. On a $v_{n,1} = \frac{V_1}{n}$ avec $n = \frac{P_1 V_1}{RT_0} = 4,4 \text{ mol}$.

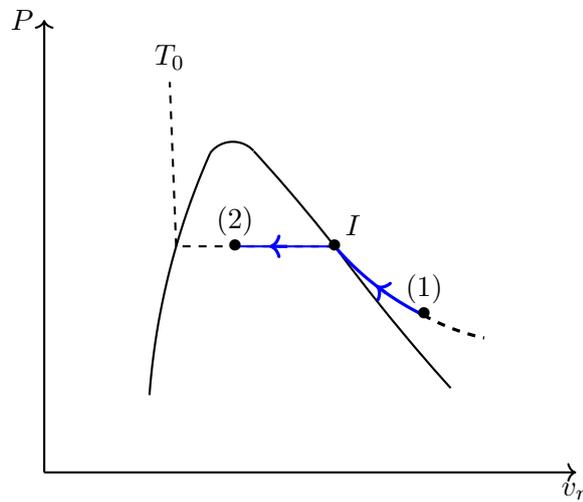
Donc $v_{n,1} = \frac{RT_0}{P_1} = 2,27.10^{-2} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$.

Puisque $v_{n,1} > v_{n,V}$, CO_2 est bien à l'état gazeux.

2.3. On a $v_{n,2} = \frac{V_2}{n} = 2,27.10^{-4} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$.

Puisque $v_{n,L} < v_{n,2} < v_{n,V}$, il y a coexistence de deux phases.

2.4. Voir figure ci-dessous.



2.5. Au début de la condensation : $P = \frac{RT_0}{v_{n,V}} = 49,6 \text{ bar}$.

On a $P > P_{exp}$. La vapeur saturante ne peut être considérée comme un gaz parfait. Cela est évident puisque la pression est grande.

2.6. On a :

$$v_n = \frac{V}{n} = \frac{V_L + V_V}{n} = \frac{n_L v_{n,L}}{n} + \frac{n_V v_{n,V}}{n} = x_L v_{n,L} + x_V v_{n,V} = (1 - x_V) v_{n,L} + x_V v_{n,V}$$

Donc :

$$v_n = v_{n,L} + (v_{n,V} - v_{n,L})x_V$$

Par suite :

$$x_V = \frac{v_{n,2} - v_{n,L}}{v_{n,V} - v_{n,L}} = 0,44$$

2.7. Soit I le point correspondant au début de la condensation (voir la figure de 2.4).

On a : $W = W_{I1} + W_{I2}$ avec $\delta W_{I1} = -PdV = -nRT_0 \frac{dV}{V}$.

Donc : $W_{I1} = -nRT_0 \ln\left(\frac{v_{n,V}}{v_{n,1}}\right)$ et $W_{I2} = -P(V_2 - V_1) = -nP(v_{n,2} - v_{n,V})$

D'où :

$$W = -nRT_0 \ln\left(\frac{v_{n,V}}{v_{n,1}}\right) - nP(v_{n,2} - v_{n,V}) = 44,0 \text{ kJ}$$

D'autre part : $Q = Q_{I1} + Q_{I2}$ avec $Q_{I1} = -W_{I1}$ puisque $\Delta U_{I1} = 0$ (I1 isotherme) et $Q_{I2} = -(1 - x_V)ml_V = -nM(1 - x_V)l_V$.

D'où :

$$Q = nRT_0 \ln\left(\frac{v_{n,V}}{v_{n,1}}\right) - nM(1 - x_V)l_V = -64,1 \text{ kJ}$$

2.8. On a $\Delta U = \Delta U_{I1} + \Delta U_{I2}$ avec $\Delta U_{I1} = 0$ (I1 isotherme) et $\Delta U_{I2} = W_{I2} + W_{I2}$.

Donc :

$$\Delta U = -nP(v_{n,2} - v_{n,V}) - nM(1 - x_V)l_V = -20,2 \text{ kJ}$$

2.9. On a $\Delta H = \Delta H_{I1} + \Delta H_{I2}$ avec $\Delta H_{I1} = 0$ (I1 isotherme) et $\Delta H_{I2} = Q_{I2}$

Donc :

$$\Delta H = -nM(1 - x_V)l_V = -25,2 \text{ kJ}$$

On a $\Delta S = S^e = \frac{Q}{T_0}$ car $S^c = 0$ (la transformation est quasistatique).

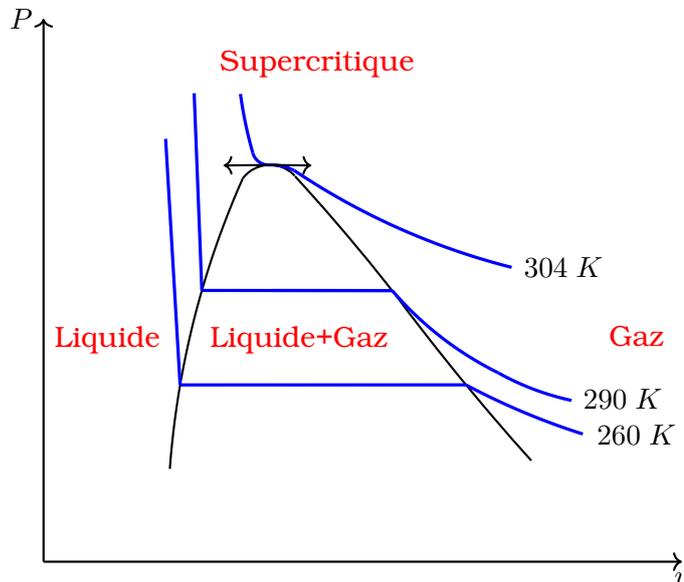
Donc :

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0} = -235 \text{ J.K}^{-1}$$

$\Delta S < 0$ car la transformation provoque la diminution du désordre.

3. Stockage du dioxyde de carbone

3.1. Voir figure ci-dessous.

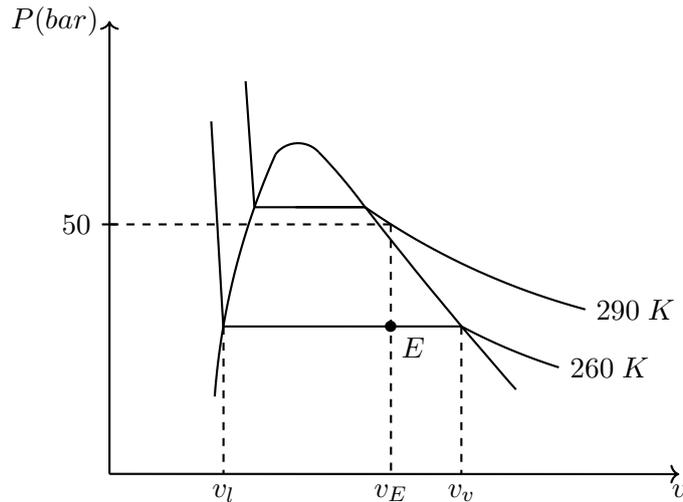


3.2. Graphiquement (voir figure 2 de l'énoncé) : $P_s(260K) = 25 \text{ bar}$; $v_l = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$;

$$v_v = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

3.3.

3.3.1. Il faut choisir $V > V_E = \frac{nRT_1}{P_{max}}$ (voir figure) pour que $P < P_{max} = 50 \text{ bar}$.



3.3.2. On a $x_{V,E} = \frac{v_E - v_l}{v_v - v_l}$ avec $v_E = 7.10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

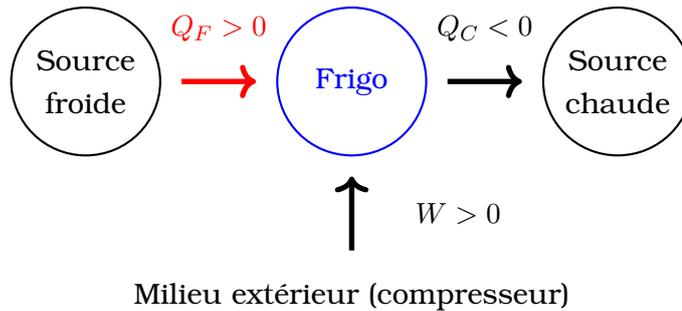
On trouve : $x_{V,E} = 0,43$.

3.3.3. Le point de coordonnées (v_E, P_{max}) est situé dans le domaine vapeur. Donc, après l'échauffement, le CO_2 se trouve sous la forme gazeuse.

3.4. Lorsqu'on stocke un fluide, il est préférable que le volume massique soit supérieur au volume massique critique. En effet, si $v < v_C$ et si la température augmente on obtient un liquide qui est généralement incompressible ($v = \text{cste}$). Donc la pression augmente considérablement ce qui peut provoquer une explosion. Par contre, si $v > v_C$, on obtient un gaz qui est compressible et l'augmentation de pression est moindre.

4. Utilisation du CO_2 comme fluide frigorigène

4.1. Schéma d'une machine frigo :

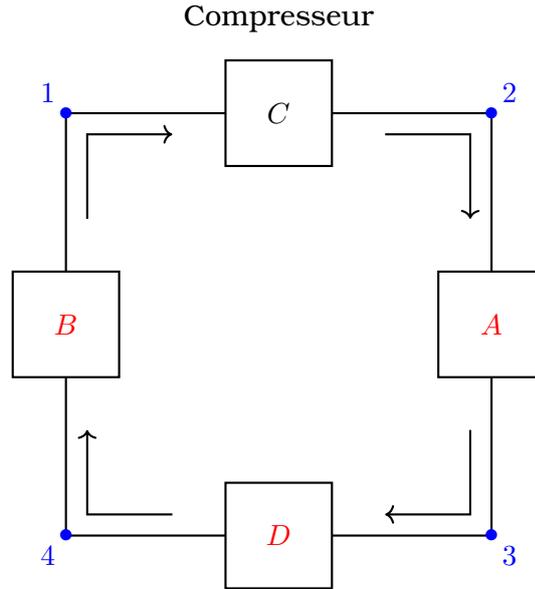


L'efficacité d'une machine frigorifique est définie par : $e = \frac{Q_F}{W}$.

4.2. Le premier principe s'écrit $\Delta h = w_u + q_{th}$.

L'étape D est adiabatique $q_{th} = 0$ à parois rigides $w_u = 0$. Donc $\Delta h_D = 0$. L'étape D est une détente isenthalpique.

4.3. Voir la figure ci-dessous.



4.4. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Point	$P(\text{bar})$	$T(^{\circ}\text{C})$	$h(\text{kJ.kg}^{-1})$	$s(\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1})$
1	25	-10	435	1,90
2	80	80	495	1,92
3	80	17,5	250	1,15
4	25	-10	250	1,20

4.5. Les échanges thermiques se font avec la source chaude au cours de la transformation A et avec la source froide au cours de la transformation B.

4.6. $T_C = 17,5^{\circ}\text{C}$; $T_F = -10^{\circ}\text{C}$; $T_A = 80^{\circ}\text{C}$.

4.7. Allure du cycle dans le diagramme (P, v) :

